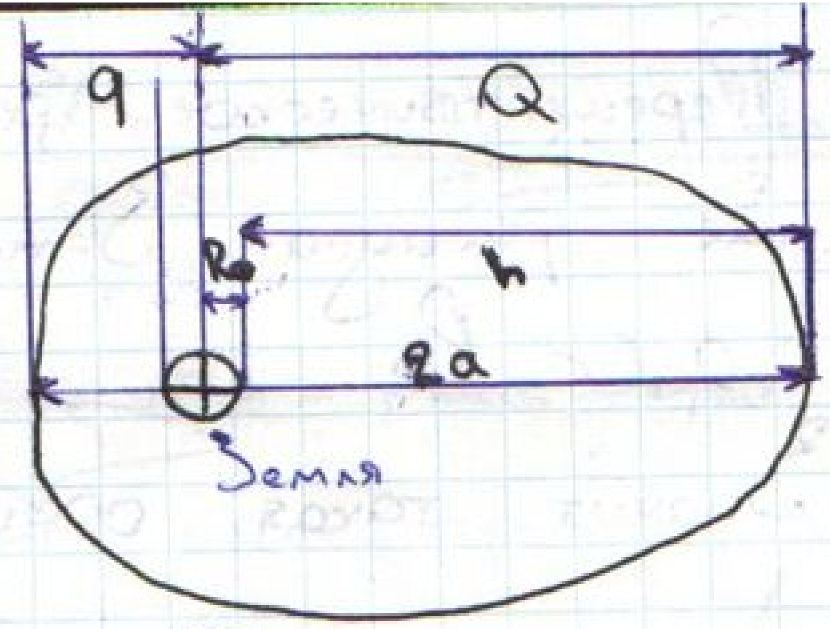
11-004

1	2	3	4	5	6	Σ
0	4	8	8	8	8	36



Задача №3 Рисунок 1

Дано:

$h = 10000$ км

$e_1 = 0,5$

$e_2 = 0,1$

$R_\oplus = 6378$ км

$q_1 - ?;\ q_2 - ?$

Решение:

Рассмотрю первый вопрос:

① $e = e_1 = 0,1$

Из рисунка 1 можно сделать вывод, что ~~полуось~~ апоцентрическое расстояние, от ~~спутника~~ точки апогея до центра Земли, равно:

$$Q = R_\oplus + h = 10000\text{ км} + 6378\text{ км} = 16378\text{ км}$$

Найду большую полуось орбиты спутника:

$$a = \frac{Q}{1+e} = \frac{16378\text{ км}}{1+0,5} = \cancel{10918}\ 10918,7\text{ км}$$

Далее я вычислю перицентрическое расстояние, от точки перицентра орбиты до центра Земли:

$$q_1 = a(1-e) = 10918,7\text{ км} \cdot 0,5 = 5459\text{ км}$$

Перецентрическое расстояние получилось меньше радиуса Земли:

$q_1 < R_\oplus$.

Значит такая орбита не может существовать.

Отвечу на второй вопрос:

(2) $e = e_2 = 0,1$

Способом, аналогичным предыдущему, вычислю:

$Q = 16378$ км

$a = \frac{Q}{1+e} = \frac{16378 \text{км}}{1+0,1} = 14889,1$ км

$q_2 = a(1-e) = 14889,1 \text{км} \cdot 0,9 = 13400$ км

Видно, что $q_2 > R_\oplus$, а значит, что такая орбита может существовать.

Дополнительно можно найти скорость спутника в перицентре и сравнить её со второй космической скоростью для Земли, чтобы убедиться, что спутник не улетит от неё:

По формуле интеграла энергий:

$$\frac{GM_{\oplus} \cdot m}{a_2} - \frac{m v_{п}^2}{2} = \frac{m v_{ср.кр.}^2}{2}$$

Где $M_{\oplus}$ – масса Земли

$v_п$ – перицентрическая скорость

$v_{ср.кр.}$ – средняя круговая скорость для орбиты

Преобразовав, получим:

$$v_п^2 = GM\left(\frac{2}{a_2} - \frac{1}{a}\right) = GM\left(\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1}{a}\right) = GM\left(\frac{1+e}{a(1-e)}\right)$$

$$v_п = \sqrt{\frac{GM(1+e)}{a(1-e)}} = \sqrt{\frac{GM(1+e)}{a_2}}$$

По формуле второй космической скорости:

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{a_2}}$$

$$\sqrt{\frac{2GM}{a_2}} > \sqrt{\frac{GM(1+e)}{a_2}} \Rightarrow v_{II} > v_п,$$ а значит орбита точно может существовать.

Ответ: 1) не может

2) может

Задача № 5

Дано:

$N = 1331909727$

α - ?

Решение:

Пусть каждая звезда и пространство вокруг неё образуют квадратную область. Можно сказать, что всю небесную сферу разделили на равные по площади квадраты, количество которых равно N.

$$S_{сферы} = 4\pi R_{сф}^2 = S_{\square} \cdot N$$, где $R_{сф}$ - радиус небесной сферы.

$$S_{\square} = a^2$$

Из рисунка 2 следует, что

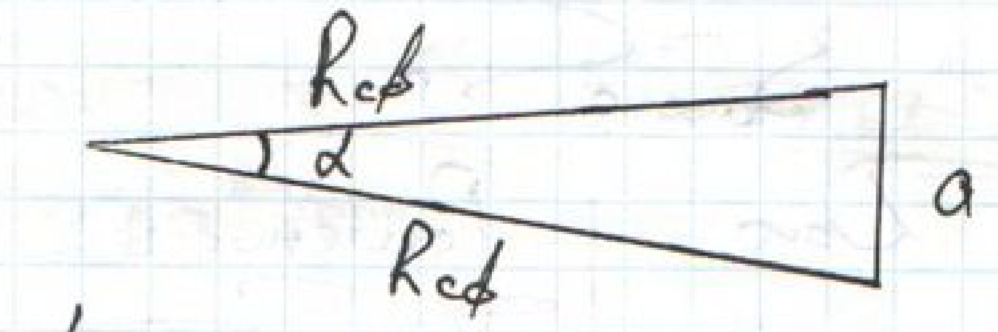
$$S_{\square} = a^2 = (R_{сф} \cdot \sin\alpha)^2 \approx R_{сф}^2 \cdot \alpha^2$$, т.к. $\sin\alpha \approx \alpha$ при $\alpha \to 0$

Имеем:

$$4\pi R_{сф}^2 = R_{сф}^2 \cdot \alpha^2 \cdot N$$

$$\alpha = 2\sqrt{\frac{\pi}{N}} = 2\sqrt{\frac{3{,}14}{1331909727}} \text{ рад} = 9{,}713 \text{ рад} \cdot 206265'' = 20''$$

8 б.



$\alpha \to 0$

Рисунок 2

Ответ: $20''$

Задача № 6

Дано:	Решение по формуле Погсона:
$m_г = 19{,}5^m$	$\dfrac{E_г + E}{E_г} = 10^{0{,}4(m_г - m_\Sigma)}$, где $E_г$ - энергия галактики, а E - энергия сверхновой
$m_\Sigma = 18{,}9^m$	
m - ?	$1 + \dfrac{E}{E_г} = 10^{0{,}4(m_г - m_\Sigma)}$

$$\frac{E}{E_г} = 10^{0{,}4(19{,}5^m - 18{,}9^m)} - 1 = 0{,}7378$$

Так же: $\dfrac{E}{E_г} = 10^{0{,}4(m_г - m)}$

$$m = m_г - 2{,}5\lg\left(\frac{E}{E_г}\right) = 19{,}5^m - (-0{,}33^m) = 19{,}83^m$$

Ответ: $19{,}83^m$

8 б

Задача 2

Дано:

$\rho = 30'$

$\alpha = 5^h 36^m$

$\delta = -5°28'$

$30° < \varphi < 45°$

$t - ?$

Решение:

Для наблюдения данного явления ~~все~~, как минимум, высота верхней кульминации туманности Ориона должна быть неотрицательной.

Из рисунка 3 следует, что

$h_{в.к.} = 90° - \varphi + \delta \geq 0$

$\varphi \leq 90° + \delta$; $\varphi \leq 84°32'$, что удовлетворяе условию.

Значит наблюдение вполне могло быть.

Геостационарный спутни обращается вокруг Земли в одну сторону с её вращением и имеет период $T = 24^h$.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_⊕}}$, где a - радиус орбиты спутника

$a = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot GM_⊕}{4\pi}}$; $a = \sqrt[3]{\frac{86400c^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{м^3}{кг \cdot c^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг}{4 \cdot 3{,}14^2}} = 42{,}3 \cdot 10^6 м$

$v = \sqrt{\frac{GM_⊕}{a}}$; $v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{м^3}{кг \cdot c^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг}{42{,}3 \cdot 10^6 м}} = 3077 м/с$

скорость спутника.

$\omega_{отн} = \frac{v \cdot 206265''}{a - R_⊕} - \omega_⊕$, где $\omega_⊕ = 15''/s = \frac{360°}{24^h}$

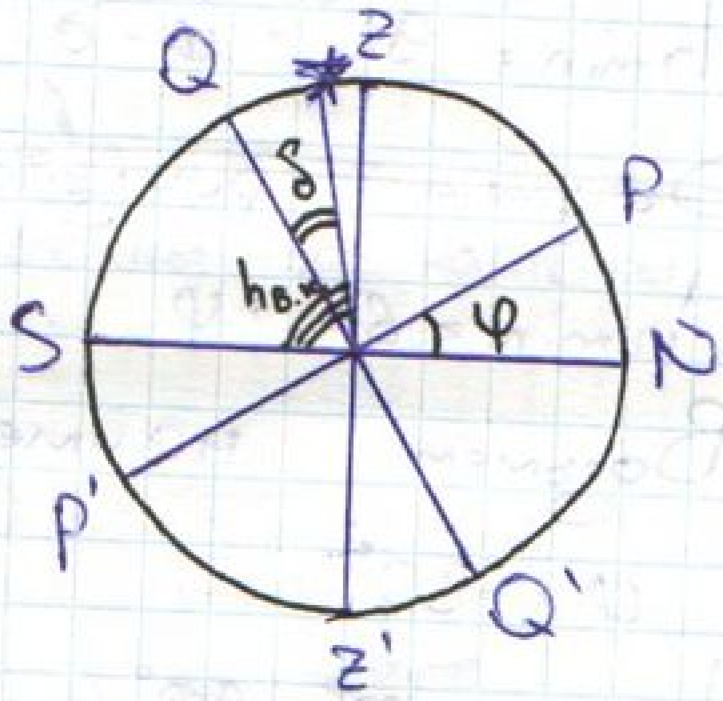
$\omega_{отн} = 17{,}67''/s - 15''/s = 2{,}67''/s = 2{,}67'/min$

$t = \frac{\rho}{\omega_{отн}}$; $t = \frac{30'}{2{,}67'/min} = 11{,}2^m$

Ответ: $11{,}2^m$

ZZ' - отвесная линия
PP' - полюс мира
QQ' - экватор
SN - горизонт

Рисунок 3



Задача 4

Дано:	Решение:
$\alpha = 19^h 30^m$	
$\delta = +28°$	
h_{max} - ?	
h_{min} - ?	

Из рисунка 3 следует, что

$$\begin{cases} h_{в.к.} = 90° - \varphi + \delta, & \text{если } \varphi > \delta \\ h_{в.к.} = 90° + \varphi - \delta, & \text{если } \delta > \varphi \\ h_{в.к.} = 90°, & \text{если } \delta = \varphi \end{cases}$$

~~Наибольшая возможная вы~~ $-90° \leq h_{в.к.} \leq 90°$

Сразу можно заметить, что наибольшую возможную высоту $(+90°)$ Альбирео может достичь

$$\begin{cases} h_{max} = 90° \\ \delta = \varphi = +28° \end{cases}$$

5

Рассмотрим минимальную возможную высоту:

$h_{min} = h_{вх.} = 90° + \varphi - \delta$ (понятно, что $\delta > \varphi$, т.к. звезда восходить в месте наблюдения никогда не будет).

$h_{min} = 90° + \varphi - \delta$, где $\varphi \in [-90°; +90°]$

~~Возьмем производную от h_m~~

$h_{min} = 62° + \varphi$

Возьмем наименьшее возможное значение

$\varphi = -90°$

$h_{min} = 62° - 90° = -28°$ 4б

Ответ: $h_{max} = 90°$; $h_{min} = -28°$ 8б

Задача 1

① Несовпадение длины волны и частоты, соответствующей ей на рисунке.

~~По рисунку~~ $\nu(\lambda) = \frac{c}{\lambda}$

По рисунку: $\nu(400 \cdot 10^{-6}\ м) > 1\ ГГц$

В реальности: $\nu(400 \cdot 10^{-6}\ м) = 7{,}5 \cdot 10^{11}\ Гц < 1\ ГГц$

Аналогично:

По рисунку: $\nu(0{,}77 \cdot 10^{-6}\ м) < 1\ ТГц$

В реальности: $\nu(0{,}77 \cdot 10^{-6}\ м) = 3{,}9 \cdot 10^{14}\ Гц > 1\ ТГц$

Примечание: $1\ ГГц = 10^{9}\ Гц$

$1\ ТГц = 10^{12}\ Гц$

② Неверно указаны границы длин волн и названия излучения.

Ультрафиолет ограничивается другими длинами волн —

Об