

Дано:

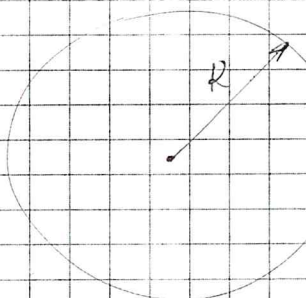
$$\Delta t = 10^4$$

$$\sigma = 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$T = 10^4 \text{ K}$$

$L = ?$

Решение:



1. Будем считать сферическую звезду. Так как она расширяется с постоянной скоростью σ и радиус увеличивается линейно $\Delta R = \sigma \Delta t$, то для расчета ее радиуса $R = \sigma \Delta t = 8,64 \cdot 10^{12} \text{ м}$ 25.

2. По формуле светимости:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \text{ где } \sigma - \text{ konst. Стефан-Больцманов } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ K}^4}$$

$$L = 4\pi (8,64 \cdot 10^{12})^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 10^4 = 5,3 \cdot 10^{25} \text{ Вт} \quad 45$$

1 Ответ: $5,3 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$

№3

Дано:

$$T = 16^\circ \text{ K}$$

$$r = 180 \text{ ае}$$

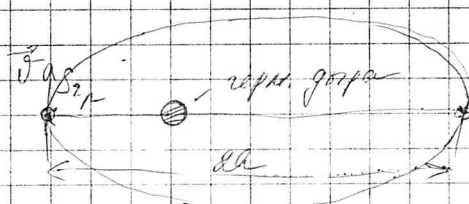
$$M = 4,3 \cdot 10^6 M_\odot$$

$$M_\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

$\sigma = ?$

Решение:

1. В момент макс. сближения звезда S_2 находится в перигее своей орбиты:



2. По упрощ. закону Кеплера найдем полуоси орбиты:

орбиты S_1 и S_2 :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}, \text{ где } M - \text{ масса центр. масс, то есть центр. грав.}$$

грав.

$$a = \sqrt[3]{\frac{GM T^2}{4\pi^2}}$$

$$a = 1,55 \cdot 10^{14} \text{ м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$T = 16^\circ \text{ K} \cdot 365^\circ \text{ д.г.} \cdot 2400^\circ = 30457600 \text{ с}$$

$$M = 4,3 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} = 8,6 \cdot 10^{36} \text{ кг}$$

3. Найдем скорость в перигее с помощью закона сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2}$$

$E_{k1} + E_{k2} = E_{k0}$ (вторая часть уравн. горизонтальная, т.е. полная мех. энерг. в инерц. точке орб. осясим)

E_{k0} — кинетическая на круговой орбите радиуса a

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = -\frac{mv_0^2}{2} \quad m - \text{масса звезды } 32$$

$$v^2 - \frac{2GM}{r} = -v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{a}} \quad (\text{на } r = \text{орб. радиусе } a \text{ полная мех. энерг. орб.})$$

$$v^2 - \frac{2GM}{r} = -\frac{GM}{a}$$

$$v^2 = \frac{2GM}{r} - \frac{GM}{a}$$

$$v^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

$$v = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

$$r = 120 \text{ ае} = 1.8 \cdot 10^{13} \text{ м}$$

$$v = \sqrt{774811,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 7.8 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

86

Ответ: $7.8 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

15

Дано:

Решение:

$$p = 13'$$

$$m_2 = 9^m$$

$$D = 6 \text{ нк}$$

$$N = 10^3$$

$$M_0 = 4.7^m = 14$$

А-?

1. Для малой звезды вычислим гравитационную энергию:

$$\frac{\Sigma E_i}{E_1} = 10^{0.4(m-m_2)}$$

$\Sigma E = N \cdot E_1$ — суммарная энергия всех звезд в скоплении

$$\frac{N E_1}{E_1} = 10^{0.4(m-m_2)}$$

$$N = 10^{0.4(m-m_2)}$$

$$\lg N = 0.4(m-m_2)$$

$$m-m_2 = \frac{\lg N}{0.4} = \frac{\lg(10^3)}{0.4} = \frac{3}{0.4} = 7.5$$

$$m = 7.5 + m_2 = 16.5^m$$

2. Найдем расстояние до скопления:

$$d = \frac{D}{p} \cdot 3438' = 1586.78 \text{ нк} = 1.6 \text{ кнк}$$

3. Воспользуемся формулой, связывающей высоту и абсолютную ф. величину!

$$M_1 = M - 5 + 5 \lg d + A, \text{ где } A - \text{коэфф. поглощения}$$

$$A = \frac{m - M + 5 - 5 \lg d}{d}$$

$$A = \frac{10 - 14 + 5 - 5 \lg 0,5}{0,5} = 0,0005 \text{ мкк} = 0,5 \text{ мкк}$$

[Обес: 0,5 мкк]

85

№ 4

Дано:

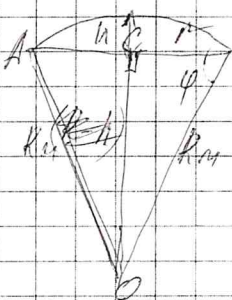
Решение:

$$\varphi = 66^\circ$$

1. Чтобы оценить площадь поверхности, которую покрывает снег, необходимо рассчитать площадь поверхности сферического сегмента

$$S = 2\pi \cdot h \cdot R, \text{ где } h - \text{высота сегмента, } R - \text{радиус основания (рис 1)}$$

2. Найдем h :



из $\triangle COB$:

$$r = R \cos \varphi = 1950 \text{ км}$$

3. Найдем h :

из $\triangle COB$:

$$CO = R \sin \varphi \Rightarrow$$

$$h = R - R \sin \varphi = R(1 - \sin \varphi)$$

$$= 614,8 \text{ км} \approx 615 \text{ км}$$

3. Тогда площадь сферического сегмента равна:

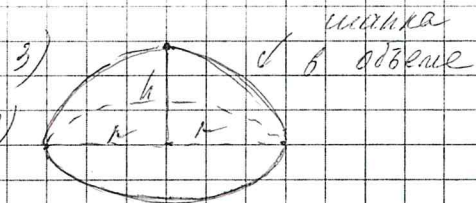
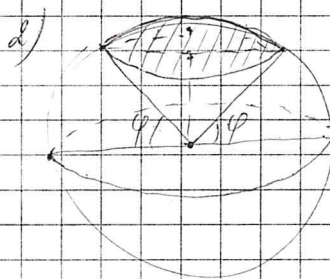
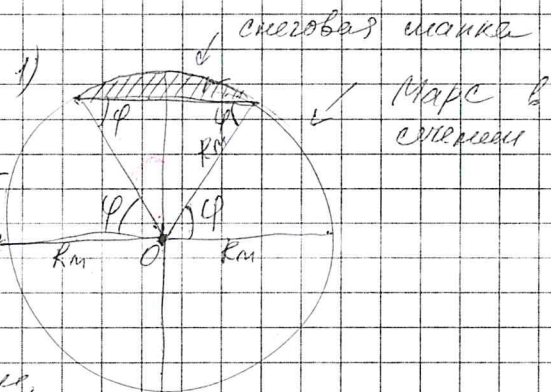
$$S = 2\pi \cdot R \cos \varphi \cdot R(1 - \sin \varphi) = 7531230 \text{ км}^2$$

$$\frac{S}{S_{\text{шар}}} = \frac{2\pi R^2 \cos \varphi \cdot (1 - \sin \varphi)}{4\pi R^2} = 0,05$$

$$\text{или } S = 5\% \text{ от } S_{\text{шар}}$$

$$[Обес: 7531230 \text{ км}^2]$$

45



№2

Анализ:

Решение:

$$a = 2 \cdot r = 64$$

$$\Delta t_1 = 2 \text{ мин} \times 2$$

$$\Delta t_2 = 2 \text{ мин} \times 3$$

$N_{\text{мин}} = ?$

$T_{\text{мин}} = ?$

1. Будем считать, что телескоп находится на поверхности Земли, и рассматривает объект, когда камера излучает свет, охватывая до $S_{\text{эф}}$, $S_{\text{эф}}$ — площадь поперечного сечения.

$$S = \pi R^2$$

тогда мин. кол-во наблюдений для камеры деления равно:

$$N = \frac{S_{\text{эф}}}{S_{\text{пл}}}$$

, где $S_{\text{пл}}$ — площадь изобр. на плас-

тинке

$$S_{\text{пл}} = a^2 = \left(\frac{2}{57,3} \text{ рад} \right)^2 = 0,0012 \text{ рад}^2$$

$$S_{\text{эф}} = 4 \pi \text{ рад}^2$$

28

$$[N_{\Sigma} = 20N = 1040]$$

28

$$N = 20 \cdot \frac{4 \pi \text{ рад}^2}{0,0012 \text{ рад}^2} = 52,5 = 52 \text{ — для 1-ого телескопа}$$

2. Рассчитаем время на 1-ой стадии проекта:

$$t_1 = 2N \cdot (\Delta t_1 + \Delta t_2) = 2N \cdot 8 \text{ мин} = 832 \text{ мин}$$

28

это можно было сделать с учетом выделенности 64 за 2 дня, в остатке

$$1. t_1'; t_1 - 2 \cdot T = 112 \text{ мин} \quad t_1' = t_1 - 2T = 112 \text{ мин}$$

3. Рассчитаем время на 2-ой стадии проекта:

$$t_2 = 3N \cdot (\Delta t_2 + \Delta t_3) =$$

$$N = \frac{S_{\text{эф}}}{S_{\text{пл}}} = \frac{4 \pi \text{ рад}^2}{0,0012 \text{ рад}^2} = 52,5 = 52$$

2. Рассчитаем время на 2-ой стадии проекта:

$$t_2 = 3N \cdot (\Delta t_2 + \Delta t_3) = 112 \text{ мин} \quad 3432 \text{ мин}$$

это можно было сделать с учетом выделенности 64 за 2 дня, в остатке:

$$t_2' = t_2 - 2T = 64 \text{ мин} \quad 192 \text{ мин}$$

3. Посчитаем общее кол-во дней, считая, что телескоп работает одновременно:

$$T_{\text{мин}} = t_1 + t_2 + \frac{t_1' + t_2'}{360 \text{ мин}} = 112 \text{ мин} + \frac{176 \text{ мин}}{360 \text{ мин}} = 112 \text{ мин} + 0,49$$

Получив, минимальное время работы проекта

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
в 2020-2021 учебном году

Сараева Б

11-04

составляет 12 дней

[Объем: 12 дней, 1040, 970, 1920, 1920 - 32]

Дано:

$$t = 10^4$$

$$v_{\text{об}} = 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$T_{\text{эфф}} = 10^4 \text{ K}$$

Найти:

$$L - ?$$

Решение: 1

Для начала, нужно найти радиус звезды на момент наблюдений. т.к. расширение звезды происходит равномерно, получим:

$$R = v \cdot t; R = 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot (10 \cdot 24 \cdot 3600) \text{ с} = 864 \cdot 10^7 \text{ км}$$

Чтобы найти светимость, воспользуемся законом Стефана-Больцмана:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{эфф}}^4$$

$$L = 4\pi \cdot (864 \cdot 10^{10} \text{ м})^2 \cdot \sigma \cdot (10^4 \text{ K})^4 = 5,3 \cdot 10^{35} \text{ Вт}$$

$$\text{Ответ: } 5,3 \cdot 10^{35} \text{ Вт}$$

Дано:

$$T = 16 \text{ yr}$$

$$a_{\pi} = 120 \text{ а.е.}$$

$$M = 4,3 \cdot 10^6 M_{\odot}$$

Найти: $v_{\text{зв}} - ?$

Решение: 2 3

Момент наибольшего сближения произойдет тогда, когда звезда окажется в перигелии своей орбиты. Ее скорость будет равняться перигелийской скорости, которую можно выразить

через интеграл Энергии:

$$v = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \Rightarrow v_{\pi} = \sqrt{GM \left(\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1}{a} \right)},$$

$$v_{\pi} = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}}, \text{ т.к. } a_{\pi} = a(1-e)$$

Найдем большую полуось орбиты звезды из III Закона Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{M+M_{\text{зв}}} \quad 25 \quad M_{\text{зв}} \ll M \Rightarrow \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{M},$$

где M - масса черной дыры

$$a = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot M}{4\pi^2}}; \quad a = \sqrt[3]{\frac{(16 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ c})^2 \cdot 8,6 \cdot 10^{36} \text{ кг}}{4\pi^2}}$$

$$= 3,8 \cdot 10^{17} \text{ м} \approx 2542373 \text{ а.е.}$$

Значение большой полуоси значительно больше периферического расстояния, поэтому эксцентриситет $e \approx 0,99$, почти параболическая орбита. 25

Найдем искомую скорость:

$$v_{\pi} = \sqrt{\frac{G \cdot 8,6 \cdot 10^{36} \text{ кг}}{3,8 \cdot 10^{17} \text{ м}} \cdot \frac{1+0,99}{1-0,99}}$$

$$v_{\pi} \approx 550 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Ответ: $550 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

✓

Дано:

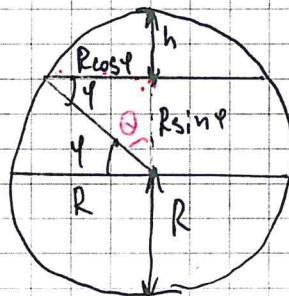
$$\varphi = 55^\circ$$

$$R = 3,4 \cdot 10^3 \text{ км}$$

Найти:

Сцена-?

Решение:



Пусть радиус марса равен R , тогда радиус на широте φ равен $R \cos \varphi$.

Для оценки можно прикинуть, что снег покрывает часть сферы, как цилиндр

радиусам $R \cos \varphi$ и высотой h .

Из рисунка: $h = R - R \sin \varphi$

Тогда:

$$\begin{aligned} S_{\text{сфера}} &= 2\pi R \cos \varphi \cdot h = 2\pi R \cos \varphi \cdot (R - R \sin \varphi) = \\ &= 2\pi R^2 \cos \varphi (1 - \sin \varphi) = 2\pi \cdot (3,4 \cdot 10^3 \text{ км})^2 \cdot \cos 55^\circ \cdot (1 - \sin 55^\circ) = \\ &= 7534300 \text{ км}^2 \text{ или примерно } \frac{1}{20} \text{ всей пло-} \\ &\text{щади Марса.} \end{aligned}$$

Ответ: 7534300 км²

Дано:

$$p = 13'$$

$$m_\varepsilon = 9^m$$

$$D = 6 \text{ Пк}$$

$$N = 10^3$$

$$A_{\text{от}} = ?$$

Решение: N^5

Оценим видимую звездную величину каждой из звезд, используя формулу Погсона:

$$\frac{E_\varepsilon}{E_1} = 10^{0,4(m_1 - m_\varepsilon)}, \text{ т.к. все звезды}$$

по условию похожи, то

$$\frac{N E_1}{E_1} = 10^{0,4(m_1 - m_\varepsilon)}, \quad N = 10^{0,4(m_1 - m_\varepsilon)}$$

$$m_1 = 2,5 \lg N + m_\varepsilon = 7,5 + 9 = 16,5^m$$

Найдем расстояние до скопления:

$$l = \frac{D}{p}; \quad l = \frac{6 \text{ Пк} \cdot 3438}{13} = 1590 \text{ Пк}$$

Т.к. по условию звезды скопления похожи на Солнце, то их абсолютная звездная величина тоже равна солнечной: $M = 4,8^m$

С учетом поправки, видимая звездная
величина одной звезды должна равняться:
 $m = \underline{M - 5 + 5 \lg(l)} + \underline{A \cdot l}$

$$A \cdot 1,6 \text{ КПК} = m - M + 5 - 5 \lg(l)$$

$$A = \frac{1,6}{1,6 \text{ КПК}} \frac{16,5^m - 4,8^m + 5 - 5 \lg(1590 \text{ Кк})}{1,6 \text{ КПК}} = 0,43^m / \text{КПК}$$

Ответ: $0,43^m / \text{КПК}$ 88.

х2

W3 Дано:

$$T = 16 \text{ yr}$$

$$a_n = 120 \text{ a.e.}$$

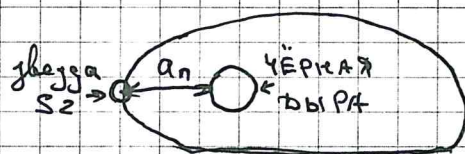
$$M = 4,3 \cdot 10^6 m_\odot$$

$$m_\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

$v_n = ?$

Решение:

По условию задачи, 120 а.е. - расстояние в момент наибольшего сближения, значит мы можем сделать вывод, что в этот момент звезда S_2 находилась в перигее своей орбиты.



Зная угловую скорость Брайана Кеплера, можем найти полуось орбиты звезды S_2 :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}, \text{ откуда } a = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} \quad 26$$

$$a = \cancel{123,9 \text{ а.е.}} \quad 1031,2 \text{ а.е.}$$

Зная полуось и эксцентриситетное расстояние, можем найти эксцентриситет орбиты S_2 :

$$a_n = a(1-e), \text{ откуда } e = 1 - \frac{a_n}{a}$$

$$e = 0,88 \quad 25$$

Звезда S_2 в перигее своей орбиты, мы знаем эксцентриситет орбиты и её полуось, \Rightarrow мы можем найти эксцентриситетную (неполюсную) скорость:

$$v_n = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1+e}{1-e}} \quad v_n = \cancel{637,5 \text{ км/с}} \quad v_n = 7624,5 \text{ км/с}$$

$$\text{Ответ: } v_n = 7624,5 \text{ км/с.} \quad 28$$

№4

Дано:

$$\varphi = 55^\circ$$

$$r = 3.4 \cdot 10^3 \text{ км}$$

$S = ?$

Решение:

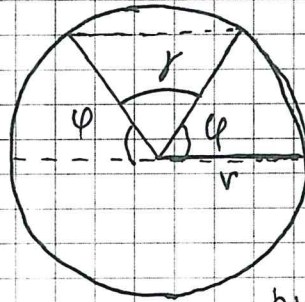


рис. 1

для начала найдем площадь поверхности Марса:

$$S_{\text{м}} = 4\pi r^2 \quad S_{\text{м}} = 1.45 \cdot 10^{10} \text{ км}^2$$

Мерсидес, это снег покрывает
не весь Марс - от полюса, до широты 55° .

Значит, в снегу ~~одна~~ находится широта
от 55° до 90° , то есть площадь сферы,
ограниченная углом α (см. рис. 1). ~~Решим~~
 $\alpha = (90^\circ - 55^\circ) \cdot 2 = 70^\circ$

По пропорции, зная площадь поверх-
ности Марса, мы можем найти S (площадь
Марса, которую покрывает снег):

$$S_{\text{м}} - 360^\circ$$

$$S - 70^\circ$$

$$S = \frac{S_{\text{м}} \cdot 70^\circ}{360^\circ}$$

$$S = 28250408 \text{ км}^2$$

Можно увидеть, какую часть ^{Марса} покрывает снег: ~~то~~
то есть:

$$k = \frac{S}{S_{\text{м}}} = 0.2$$

Ответ: $S = 2825040 \text{ км}^2$ -

д/с.

Дано:
 $M_0 = 4,7^m$

$\beta = 13'$

$m = 9^m$

$d = 6 \text{ пк}$

$N = 10^3$

$L = L_0$

A. -?

Решение:

Для начала можем найти расстояние до звездного скопления:

$$D = \frac{d}{\beta} \cdot 3438' = 1586,7 \text{ пк}$$

Теперь применим формулу Погося для абсолютных звездных величин:

$$\frac{L_{\text{ск}}}{L_0} = 10^{0,4(M_0 - M_{\text{ск}})}, \text{ где } L_{\text{ск}} -$$

светимость скопления, равная $N \cdot L_0$, тогда

$$\frac{N L_0}{L_0} = 10^{0,4(M_0 - M_{\text{ск}})}$$

$$N = 10^{0,4(M_0 - M_{\text{ск}})}, \text{ откуда } M_{\text{ск}} = M_0 - 7,5$$

$$M_{\text{ск}} = -2,8^m$$

Мы знаем расстояние до скопления, его величину и абсолютную величину, теперь через связь величин и абсолютной звездных величин (с учётом поправки) можем найти поправку A:

$$m = M - 5 + 5 \lg D + DA, \text{ откуда } A = \frac{-M + 5 - 5 \lg D + m}{D}$$

$$A = 9,95 \frac{m}{\text{пк}}$$

Ответ: $A = 9,95 \frac{m}{\text{пк}}$

65

№1.

Дано:

$$\Delta t = 10^4$$

$$v = 10^4 \text{ км/с}$$

$$T = 10^4 \text{ К}$$

$L = ?$

Решение:

Светимость сверхновой звезды можно найти по закону Стеффана-Больцмана:

$$L = 4\pi r^2 \sigma T^4$$

П.к. нам сказано, что звезда расширяется с постоянной скоростью, ее радиус $r = \Delta t \cdot v$

$$r = 8,64 \cdot 10^9 \text{ км}$$

Теперь, зная r и эффективную температуру, найдем светимость сверхновой:

$$L = 4\pi r^2 \sigma T^4 \quad L = 5,3 \cdot 10^{29} \text{ Вт}$$

Ответ: $L = 5,3 \cdot 10^{29} \text{ Вт}$

№2.

Решение:

Дано:

$$N = 20$$

$$\beta = 2^\circ \times 2^\circ$$

$$t_1 = 6 \text{ мин}$$

$$n_1 = 2$$

$$t_2 = 20 \text{ мин}$$

$$n_2 = 3$$

$$T = 6 \text{ 1/д}$$

$$\Delta t = 2 \text{ мин}$$

$$N' = ?$$

$$T' = ?$$

Площадь небесной сферы $4\pi \text{ рад}^2$ ($S_{\text{сф}}$)
Для удобства переведем размер углового
 $\beta(2^\circ \times 2^\circ)$ из градусов в радианы:

$$2^\circ : 57,3 = 0,035 \text{ рад}$$

площадь S одного снимка:

$$S = (0,035 \times 0,035) \text{ рад}^2 = 1,22 \cdot 10^{-3}$$

Если бы мы снимали конт. свѣтлѣ
неба производилась так, что на один
узелок неба площадью S уходило по

1 снимку, то нам бы потребовалось:

$$n' = \frac{S_{сф}}{S} = 10315 \text{ (округление в большую сторону)}$$

Однако, для измерения вероятных ошибок, рейка производится по 2 фотографии одной области неба на первом этапе, то есть $10315 \cdot 2 = 20630$ шт. и по 3 фотографии $n' \cdot n_1$ одной области неба на втором этапе (то есть $10315 \cdot 3 = 30945$ шт.): $n' \cdot n_2$

Итого, N' - минимально необходимое для выполнения проекта кол-во фотографий, равно сумме кол-ва фотографий за 1 и 2 этапа:

$$N' = 20630 + 30945 = 51575 \text{ шт.} \quad (N' = n' \cdot n_1 + n' \cdot n_2)$$

Теперь будем искать время, необходимое для того чтобы сделать все снимки (для начала считая, что фотографии делаются непрерывно, без учёта времени съёмки)

1 этап: 10315

$$\frac{10315 \cdot 2 \cdot 2 \text{ мин}}{60} + 10315 \cdot 2$$

Время, требуемое на наведение, установку и пр.

1 этап:

$$T_1 = \frac{n' \cdot n_1 \cdot \Delta t}{60} + \frac{n' \cdot n_1 \cdot t_1}{60} = 165040 \text{ мин}$$

Время, требуемое на наведение телескопа, установка и пр. суммарное время, необходимое чтобы сделать все снимки

2 этап:

$$T_2 = \underbrace{n' \cdot n_2 \cdot \Delta t}_{\text{время, требуемое на наведение телескопа, установка и пр.}} + n'$$

$$T_2 = \underbrace{n' \cdot n_2 \cdot \Delta t}_{\text{время, требуемое на наведение телескопа и пр.}} + \underbrace{n' \cdot n_2 \cdot t_2}_{\text{суммарное время, необходимое на все снимки}} = 669990 \text{ мин}$$

Получается, время, необходимое чтобы сделать все снимки:

$$\Sigma T = T_1 + T_2 = 835030 \text{ мин}$$

П.к. обьекта производится из 20-ти телескопов, то ΣT раздвигается на 20 (чтобы узнать, сколько времени нужно чтобы сделать фотографии, при разделив временем на все телескопы):

$$\Sigma T' = \frac{\Sigma T}{20} = 41752 \text{ мин}$$

П.к. обьекта можно производить только 6 часов в сутки, то искомое τ :

$$\tau = \frac{\Sigma T'}{60 \text{ мин} \cdot 6} = 116 \text{ д}$$

Ответ: время необходимое на проект - $\tau = 116 \text{ д}$

N1

Дано:

$$\tau = 10 \text{ сут} = 864 \cdot 10^3 \text{ с}$$

$$v = 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$T = 10^4 \text{ K}$$

$$L_2 = ?$$

Решение:

$$L = 4\pi R^2 E$$

$$E = \sigma T^4$$

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

(3-й закон Стефана-Больцмана)

$$L = 4\pi R_0^2 \sigma T^4$$

$$R = (v\tau + R_0)$$

$$L = 4\pi v^2 \tau^2 \sigma T^4$$

$$L_2 = 4\pi (v\tau + R_0)^2 \sigma T^4$$

$$\frac{L_2}{L} = \frac{R_0^2 T^4}{(v\tau + R_0)^2 T^4} = \frac{R_0^2}{v^2 \tau^2 + 2v\tau R_0 + R_0^2}$$

$$\frac{L_2}{L} = \frac{v^2 \tau^2}{R_0^2} + \frac{2v\tau}{R_0} + 1$$

Чем больше начальный радиус сверхновой, тем

$$L_2 = 4\pi v^2 \tau^2 \sigma T^4$$

$$L_2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{14} \cdot 864^2 \cdot 10^6 \cdot 10^4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}$$

Ответ: $53161862 \cdot 10^{16} \approx 5,3 \cdot 10^{23} \text{ Дж}$ $L_2 = 53161862 \cdot 10^{16} \text{ Дж}$

N4

Дано:

$$\gamma = 55^\circ$$

$$R = 3,4 \cdot 10^3 \text{ км} = 3,4 \cdot 10^7 \text{ м}$$

$$S = ?$$

Решение:

$$S_{\text{пов}} = 4\pi R^2 \quad (1)$$

$$h = R \sin \gamma$$

$$L = 2\pi R \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow R = \frac{L}{2\pi}$$

$$S_{\text{пов}} = 4\pi \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 = \frac{L^2}{\pi}$$

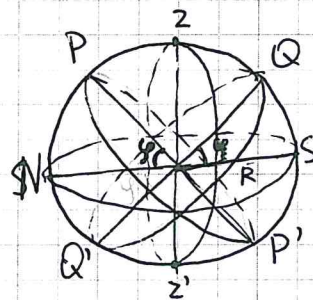
$$S_{\text{пов}} = \frac{(360)^2}{\pi} = 41253 \square^\circ, \text{ где } \square^\circ - \text{квадратные градусы}$$

$$S_{\text{сект}} = \pi R^2 h$$

$$S_{\text{сект}} = \pi R^3 \sin \gamma$$

$$S_{\text{сект}} = 101 \cdot 10^{21} \text{ м} = 101 \cdot 10^{18} \text{ км}$$

Ответ: $101 \cdot 10^{18} \text{ км}$



№2

Дано :

$$\text{Гран} = 20$$

$$\text{Экспозиц.} = 2^\circ \times 2^\circ$$

$$\tau_1 = 6 \text{ мин}$$

$$\tau_2 = 20 \text{ мин}$$

$$\tau_n = 6 \text{ ч} = 360 \text{ мин}$$

$$\tau_0 = 2 \text{ мин}$$

Кол-во фотопластинок

по N_{\min} - ?

τ_{\min} - ?

Решение:

$$S_{\text{нов}} = 4\pi R^2$$

$$L = 2\pi R$$

$$R = \frac{L}{2\pi}$$

$$S_{\text{нов}} = \frac{4\pi L^2}{4\pi^2} = \frac{L^2}{\pi}$$

$$S_{\text{нов}} = \frac{(360^\circ)^2}{\pi} = 41253 \square^\circ, \text{ где } S_{\text{нов}} -$$

полная площадь
поверхности сферы
 \square° - квадратное
градусы

~~$$N_{\min} = \frac{S_{\text{нов}}}{L^2} = \frac{41253}{360^2} = 10312$$~~

$$N_{\min} = \frac{S_{\text{нов}}}{2 \times 2} = 10312$$

$$\tau_{\min} = 169116,8 \text{ мин}$$

$$\tau_{\min} = 20 \text{ сут}$$

Ответ: 10312 ; 20 сут

№5

Дано:

$$\rho = 13'$$

$$M = 9^m$$

$$D = 6 \text{ пк}$$

$$N = 10^3$$

$$M_0 = 24,8^m$$

$$\rho_1 = 1 \text{ кпк} = 10^3 \text{ пк}$$

$$\rho_0 = 10 \text{ пк}$$

A_z - ?

Решение:

$$1 \text{ рад} = 3440' = 206265''$$

$$\rho = \frac{D}{r} \cdot 3440'$$

$$2,512^{M_2 - M_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$M = m + 5 - \lg \kappa A$$

$$r = \frac{D}{\rho} \cdot 3440'$$

A - ослабление

$$A = m - M + 5 - \lg \frac{D}{\rho} \cdot 3440'$$

$$(M_* - M_0) = \lg \frac{r_2^2}{r_0^2}$$

$$M = \lg \frac{r_2^2}{r_0^2} - M_0$$

Ответ: 1,5

$$A = m - \lg \frac{r_1^2}{r_2^2} + M_0 + 5 - \lg \left(\frac{D}{\rho} \cdot 3440' \right)$$

$$A = 9^m - 7,3 + 5 + 4,8 - 10 = 11,5 - 10 = 1,5$$

№3

Дано

$$T = 16 \text{ лет}$$

$$a_n = 120 \text{ а.е.}$$

$$m = 4,3 \cdot 10^6 m_\odot$$

$v = ?$

Решение:

T - период обращения вокруг ~~звезды~~ черной дыры

a_n - расстояние наибольшего сближения

m_\odot - масса Солнца

m - масса черной дыры

v - скорость звезды S_2

$$e = \frac{a - a_n}{a} \quad 25$$

$$v = \frac{a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \quad 25$$

m_\odot - масса звезды S_2

по III з-ну Ньютона:

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}$$

$$\vec{F}_{12} = G \frac{m m_\odot}{a_n^2}$$

$$\vec{F}_{21} = G \frac{m m_\odot}{a_n^2}$$

Запишем II з-н Ньютона для

черной дыры и S_2 :

$$\text{ч.д.} : \vec{F}_{12} = m \vec{a}_1$$

$$S_2 : \vec{F}_{21} = m_\odot \vec{a}_2$$

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{v}^2}{R_1}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} R$$

$$\vec{a}_1 = \vec{\omega}^2 R_1$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{4\pi^2 R_1}{T^2}$$

$$a_2 = \frac{4\pi^2 R_2}{T^2}$$

Тогда расстояние до

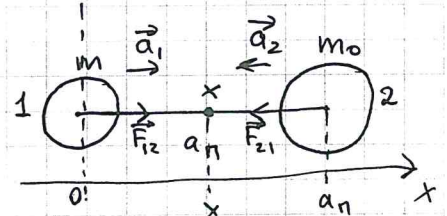
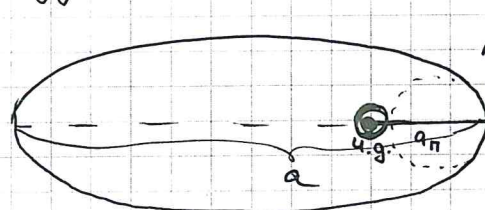
ц.м. системы от S_2 :

$$R_2 = \frac{a_n m}{m + m_\odot}$$

~~т.к.~~ т.к. $m_\odot \ll m$

$$v = \sqrt{\frac{Gm}{R_1}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 4.3 \cdot 10^6}{120^2}} \approx 0.98$$

Ответ: $0.98 \frac{\text{км}}{\text{с}}$



$$\text{ОХ: } \left. \begin{aligned} G \frac{m m_\odot}{a_n^2} &= m a_1 \\ + G \frac{m m_\odot}{a_n^2} &= m_\odot a_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{m}{m_\odot} = \frac{a_2}{a_1}$$

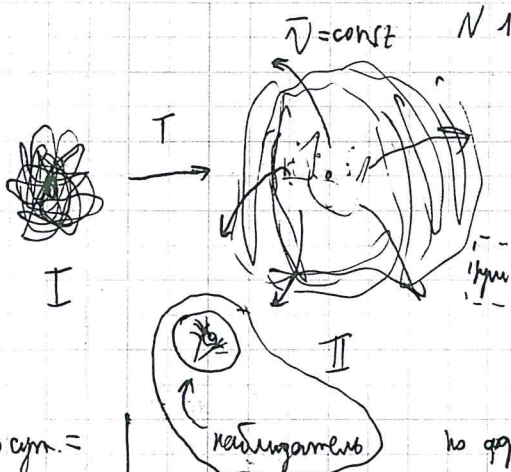
Найдем центр масс системы:

на тертене показаны точка отсчета, координата центра масс сист. и координата

$$\text{ц.м. } S_2 : X = \frac{0 \cdot m + a_n \cdot m_\odot}{m + m_\odot},$$

то есть расстояние от

$$\text{черной дыры до ц.м. системы } R_1 = \frac{a_n m_\odot}{m + m_\odot} \quad R_1 = \frac{a_n}{m}$$



В момент наблюдения сверхновой уже имела время, прошедшее 10 суток ранее (II).

Поскольку скорость расширения фотосферы оставалась постоянной, то расстояния будут соответствовать:

$$R = vt = \omega T. \text{ (Величина звезды увеличивается)}$$

по формуле: $L = 4\pi R^2 E$, где $E = \sigma T^4$, и $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$

(связь с температурой и радиусом фотосферы). Величина сверхновой в момент наблюдения:

$$L = 4\pi R^2 E = 4\pi \omega^2 T^2 \sigma T^4 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^7 \cdot 864^2 \cdot 10^6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}$$

$$= 5,67 \cdot 10^8 \cdot 10^{16} \approx 5,3 \cdot 10^{35} \text{ Дж/с}$$

$$T = 10 \text{ сут.} =$$

$$= 864 \cdot 10^3 \text{ с}$$

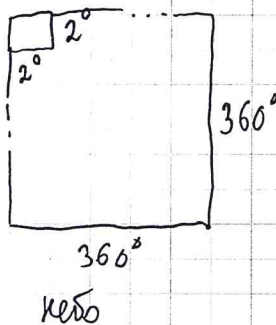
$$T' = 10^4 \text{ К}$$

$$L = ?$$

$$\text{Ответ: } 5,3 \cdot 10^{35} \text{ Дж.}$$

N 2

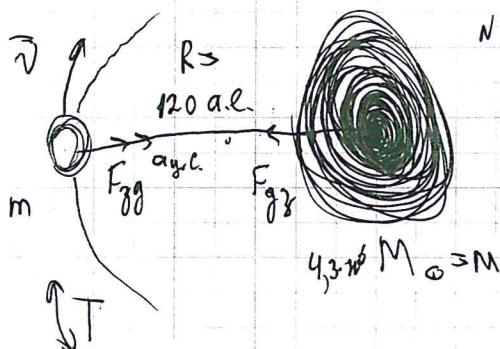
„Carte du Ciel”



Окуляр телескопа-астрографа получает изображение области неба размером $2^\circ \times 2^\circ$, всего их 20, получается, следовательно они представляют область $80^\circ \times 80^\circ$. Но такой результат достигается благодаря оптической системе, чтобы наблюдать все небо, необходимо 5 пластинок.

На первой стадии проекта телескопы затратить 320 млн. На 2-й стадии проекта телескопа затратить 1320 млн. Всего $1640 \cdot 5 = 8200 \text{ млн} \approx 22,8 \text{ млрд} \approx 23 \text{ млрд}$ (с учетом округлений).

Ответ: 5 фотопластинок; 23 млрд.



N 3

Учитывая, что звезда S с массой M и радиусом R имеет гравитационную силу притяжения к своей поверхности:

$$F = m \cdot g.$$

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \cdot g$$

~~Вариант 5, 7 км/с.~~

~~$v = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{4,3 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{31}}{1,75 \cdot 10^{10}}} = 5,7 \cdot 10^5 \text{ км/с}$~~

~~$m \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{Mm}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{6 \frac{M}{R}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{4,3 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{31}}{1,75 \cdot 10^{10}}}$~~

$= 5,7 \cdot 10^5 \text{ км/с}$

Ответ: $5,7 \cdot 10^5 \text{ км/с}$

N5

$\beta = 13'$
 $m = 9^m$
 $D = 6 \text{ пк}$
 $N = 10^3$
 $M_{\odot} = M_{\odot} = 1$
 $= 4,8^m$
 $R_0 = 10 \text{ пк}$
 $A = ?$

Найдем отношение звездной паралакса через разность углов звездной величины:

$$\frac{r_0^2}{r_1^2} = 2,51^{m-M} \quad (1)$$

П.к. звезд по отношению к Солнцу, но можно получить из абсолютной звездной величины для абсолютной звездной величины Солнца, равную:

$$(2) \quad M_{\odot} = m + 5 - \log_{10} 5 - A, \text{ где } A - \text{поглощение света}$$

Диаметр звезды вычисляется по формуле:

$$D \approx \frac{\beta^2 r_1}{34401} \text{ (в секундах)} \quad (3)$$

из (1):

Получим $A = \log_{10} 5 - M_{\odot} - m - 5$ - поглощение света. Вставляем из (3) и подставляем в (1),

получим: $\frac{r_0^2 \beta^2}{34401^2 D^2} = 2,51^{M_{\odot}-m} \Rightarrow A = \log_{10} 5 - m$

65

№1

Дано:

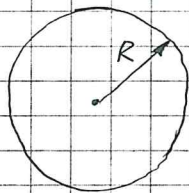
$$T = 10^4 \text{ с}$$

$$v = 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$T = 10^4 \text{ К}$$

$$L = ?$$

Решение



т.к. скорость расширения
фотоферма = const по
условию можно считать

$$R = vT, R = 10^4 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 8,64 \cdot 10^{12} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$L = S \sqrt{T^4}, S = 4\pi R^2$$

$$L = 4\pi R^2 \cdot 674$$

$$L = 4 \cdot 3,14 \cdot (8,64 \cdot 10^{12})^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (10^4)^4 = 5,3 \cdot 10^{35} \text{ Вт}$$

$$L = 5,3 \cdot 10^{35} \text{ Вт}$$

№3

Дано

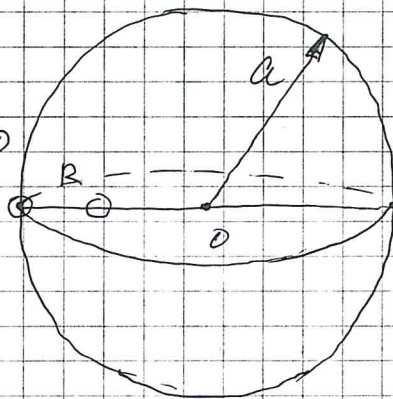
$$T = 16 \text{ дн}$$

$$R = 120 \text{ а.е.}$$

$$v = ?$$

$$M = 4,3 \cdot 10^6 M_{\odot}$$

Решение



① По закону

Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

где M - масса
центрального
тела

$$a = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

$$= 1,9 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

② По закону сохранения энергии

$$E_k + E_p = E_{k0}, \text{ где } E_k = \frac{mv^2}{2}, E_p = -\frac{GMm}{R}$$

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} = -\frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$Rv^2 - 2GM = -Rv_0^2$$

$$v^2 - \frac{2GM}{R} = -v_0^2$$

$$v^2 = \frac{2GM}{R} - \frac{GM}{a} \rightarrow v^2 = GM \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{a} \right)$$

$$v = \sqrt{GM \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{a} \right)} = 7,98 \cdot 10^7 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

№4

Дано:

$$\varphi = 55^\circ$$

$$R = 3,4 \cdot 10^3 \text{ км}$$

$$S_{\text{нов}} = ?$$

Решение:

$$S_{\text{нов}} = X$$

$$d = 180 - 2\varphi$$

$$\frac{360 - 4\pi R^2}{2(90 - \varphi)} = X$$

$$X = \frac{2(90 - \varphi) \cdot 4\pi R^2}{360}$$

$$X = 28232088,81 \text{ км}^2$$

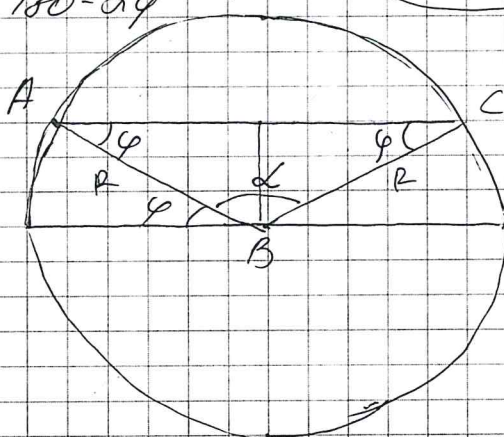
$$X = 28 \cdot 10^6 \text{ км}^2$$

м.к. $\triangle ABC$ - в/с

$$\angle CAB = \varphi \rightarrow$$

$$\angle ACB = \varphi \rightarrow$$

$$\angle ABC = 2(90 - \varphi) = 180 - 2\varphi$$



$$d = \frac{D}{f} = \frac{3438'}{15,8} = 217,6 \text{ км}$$

$$\text{Ответ: } 28 \cdot 10^6 \text{ км}^2$$

35

№5.

Дано:

$$d = 13'$$

$$m = 9^m$$

$$D = 6 \text{ км}$$

$$N = 10^3$$

$$A = ?$$

Решение:

$$\frac{6 \text{ км}}{L_1} = d$$

$$L_1 = \frac{6 \text{ км}}{d}$$

$$L_1 = 1586,8 \text{ км}$$

$$m = m_A + AL$$

$$m_A = m_E$$

$$N = 10^{0,4(m_0 - m_E)}$$

$$\log_{10} N = 0,4(m_0 - m_E) \rightarrow m_E = -\frac{\log_{10} N}{0,4} + m_0$$

$$\log_{10} N = 0,4 m_0 - 0,4 m_E = 8,2^m$$

$$A = \frac{m - m_E}{L} = \frac{9 - 8,2}{1586,8} = 5,04 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{Ответ: } 5,04 \cdot 10^{-4}$$

25

Задача 1.

Дано:

$$\begin{aligned} t &= 10 \text{ суток} \\ v &= 10^{10} \text{ км/с} \\ T &= 10^4 \text{ °K} \\ G &= 5,6 \cdot 10^{-8} \\ L &=? \end{aligned}$$

Решение:

$$L = 4\pi R^2 GT^4$$

Радиус, при со скоростью v значит
за время t радиус увеличился:

$$R = t \cdot v = 10 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 10^4 = 864 \cdot 10^4 \text{ км}$$

(Переведем t в секунды)

$$\begin{aligned} L &= 4 \cdot 3,14 (864 \cdot 10^4)^2 \cdot 5,6 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{16} = \\ &= 12,56 \cdot 444 \cdot 10^3 \cdot 10^{14} \cdot 5,6 \cdot 10^8 = 53 \cdot 10^{28} \end{aligned}$$

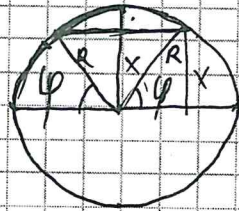
Ответ: $53 \cdot 10^{28}$

Задача 4.

Дано:

$$\begin{aligned} \varphi &= 55^\circ \\ R &= 3,4 \cdot 10^3 \text{ км} \end{aligned}$$

Решение:



$$S = 2\pi h R$$

$$h = R - x \quad x = R \cdot \sin \varphi$$

$$h = R(1 - \sin \varphi) = 3,4 \cdot 10^3 (1 - 0,82) = 0,612 \cdot 10^3 = 612 \text{ км}$$

$$S = 6,28 \cdot 612 \cdot 3,4 \cdot 10^3 = 13 \cdot 10^6 \text{ км}^2$$

Ответ: $13 \cdot 10^6 \text{ км}^2$

Задача 3

Дано:

$$\begin{aligned} T &= 16 \text{ лет} \\ r_n &= 100 \text{ а.е.} \\ M &= 4,3 \cdot 10^6 M_\odot \end{aligned}$$

Решение:

1) по III закону Кеплера.

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{T^2}{a^3} \quad a = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot M_\odot}{M}}$$

$$a \approx 1000 \text{ а.е.}$$

$$2) a = \frac{r_n + r_a}{2} \quad r_a = 2a - r_n$$

1.

$$r_a = 2000 - 120 = 1880 \text{ а.е.}$$

$$\frac{r_a}{r_2} = 0,06$$

$$3) v_n r_n = v_a r_a$$

$$v = \frac{v_n + v_a}{2}$$

$$v_a = \frac{v_n r_n}{r_a}$$

$$v = \frac{v_n \left(1 + \frac{r_n}{r_a}\right)}{2}$$

$$v_n = \frac{2v}{1 + \frac{r_n}{r_a}}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{a}} = \sqrt{\frac{6,64 \cdot 10^{-11} \cdot 4,3 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-11}}}$$

$$v_n = \frac{2 \cdot 1950}{1,08} = 3680 \text{ км/с}$$

Ответ: 3680 км/с.

Задача 5

Дано:

$$\pi = 13'$$

$$m = 9^m$$

$$D = 6 \text{ пк}$$

$$n = 10^3$$

Решение:

$$r = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{13 \cdot 60} = \frac{1}{780''} = 0,0013 \text{ пк}$$

$$\Delta M = -2,5 \lg r + 5$$

$$M - m = -2,5 \lg r + 5$$

$$M = m - 2,5 \lg r + 5$$

Задача 1

Дано:

$$L = 10 \text{ см}$$

$$v = 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$T = 10^4 \text{ К}$$

$$h = 200 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot \text{Мпк}$$

L - ?

Решение:

$$D = \frac{v}{h} = \frac{10^4}{2 \cdot 10^2 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot \text{Мпк}} = 50 (\text{Мпк})$$

$$L = 4 \pi G T^4 D^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 5,6 \cdot 10^{-8} \times$$

$$\times (10^4)^4 \cdot (50)^2 (10^6)^2 = 175000 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{16} \cdot 10^{12} =$$

$$= 175 \cdot 10^5 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{16} \cdot 10^{12} = 175 \cdot 10^{23}$$

$$\text{Ответ: } 175 \cdot 10^{23}$$

Задача 4

Дано:

$$\gamma = 55^\circ$$

$$R = 34 \cdot 10^3 \text{ км}$$

Снов. - ?

Решение:

$$\text{Снов.} = 2 \pi R \sin h$$

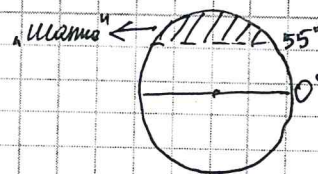
$$X = R \sin 55^\circ$$

$$h = R - X = R - R \sin 55^\circ = R(1 - \sin 55^\circ) =$$

$$= 3400 \cdot (1 - 0,82) = 3400 \cdot 0,18 = 612 (\text{км})$$

$$\text{Снов.} = 2 \pi R \sin h = 6,28 \cdot 3400 \cdot 612 = 13067424 (\text{км}^2)$$

$$\text{Ответ: } 13067424 \text{ км}^2$$



Задача 5

Дано:

$$T = 13'$$

$$m = 9^m$$

$$D = 6 \text{ пк}$$

$$h = 10^3$$

$$r = 10^3 \text{ пк}$$

$$M = 29^m$$

h - ?

ΔM - ?

Решение:

$$M = m + 5 - 5 \lg r$$

$$5 \lg r = m + 5 - M$$

$$\lg r = \frac{m + 5 - M}{5} = \frac{13 + 27}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\lg r = \lg 10^8$$

$$r = 10^8 \text{ пк} = 10^5 \text{ кпк}$$

$$D = \frac{206265 \cdot R}{13' \cdot 60} = \frac{206265 \cdot 3 \text{ пк}}{13' \cdot 60} =$$

$$= 793$$

$$M_2 = m + 5 - 5 \lg D = 9 + 5 - 5 \lg 793$$

$$R = \frac{d}{2} = 3(14)$$

$$M_2 = 14 - 19 = 5 \text{ млрд т}$$

$$M_2 = -5,5 \text{ м}$$

$$M_1 = -27 \text{ м}$$

$$M_2 = -5,5 \text{ м}$$

M_2 больше M_1 , на $21,6 - 21,5 \text{ м}$

$$\Delta M = -21,5 \text{ м}$$

Ответ: $-21,5 \text{ м}$

задача 3

Дано:

$$T = 16 \text{ лет}$$

$$r_n = 120 \text{ а.е.}$$

$$m = 4,3 \cdot 10^6 \text{ т}$$

$U = ?$

Решение:

$$\frac{T^2}{a^3} = 1$$

$$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{256} \approx 6,3 \text{ а.е.}$$

$$r_n + r_a = 2a$$

$$r_a = 2a - r_n = 12,6 - 120 = -107 \text{ а.е.}$$

$$U_n = \sqrt{\frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4,3 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{6,3 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}} =$$

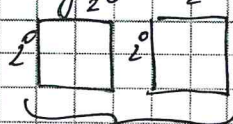
$$= 1950 \left(\frac{\text{км}}{\text{с}} \right)$$

$$U = \frac{U_n + U_a \frac{r_n}{r_a}}{2} = \frac{1950 + 1950 \frac{107 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}{120 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}}{2} =$$

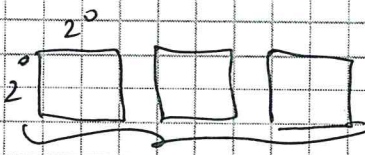
$$= \frac{1950 - 1950 \cdot 0,9}{2} = \frac{1950 - 1755}{2} = 98 \left(\frac{\text{км}}{\text{с}} \right)$$

Ответ: $98 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

Задача 2



$$6 \text{ мм} + 2 + 2 = 10 \text{ мм}$$



$$8 \text{ мм} + 2 + 2 + 2 = 14 \text{ мм}$$

1) $6 \text{ часов} = 6 \cdot 60 = 360 \text{ мин}$

$$n_k = \frac{360}{14} = 26 \text{ карт. (по 3)} \Rightarrow 26 \cdot 3 = 78 \text{ карт.} \cdot 20 = 1560$$

2) $n_k = \frac{360}{10} = 36 \text{ к. (по 2)} \Rightarrow 36 \text{ карт.} \cdot 20 = 720$

(2)

$$1560 + 1440 = 3000$$

Ответ: 1) 3000,62 2) 22000 н.

